

CONCEITOS E ESQUEMAS EM UMA TEORIA OPERATÓRIA DA REPRESENTAÇÃO¹

Gérard Vergnaud – CNRS

O conceito de representação é essencial para analisar a formação dos conhecimentos operatórios e para analisar os processos de transmissão dos conhecimentos. O fracasso do behaviorismo deve-se, essencialmente, à sua recusa em considerar a representação como objeto de estudo legítimo da psicologia.

Hoje, ainda, certas orientações teóricas em psicologia, embora pretendam-se cognitivistas, não atribuem à representação toda a importância que seria necessária. Não é inútil, então, reafirmar algumas posições fundamentais.

1. A representação não é um epifenômeno, uma espécie de reflexo imediato da ação adaptativa do sujeito em seu meio-ambiente; pelo contrário, ela é funcional e indispensável ao tratamento, pelo sujeito, de numerosas situações.
2. A representação não se refere somente à utilização pelo sujeito de sistemas de significantes sociais linguísticos ou não linguísticos: por certo, a comunicação social é um critério importante da existência da representação; porém, existem outros critérios, notadamente o da emergência em situação de uma conduta nova, apoiada sobre a descoberta e a utilização pelo sujeito, de uma propriedade ou de uma relação pertinente. Em outras palavras, muitas das habilidades motoras implicam a representação, certas escolhas de ações em situação supõem cálculos relacionais complexos, os quais não podem ser dispensados.
3. A representação deve ser analisada em todos os seus componentes funcionais; e as teorias que reduzem a representação, seja aos seus aspectos explicitamente simbólicos, seja aos seus aspectos procedurais, não permitem a captação do conjunto de seu funcionamento.

Os elementos teóricos e experimentais evocados neste artigo visam não somente a sustentar as posições que precedem, mas, igualmente, justificar um estudo da representação centrado nos conteúdos de conhecimentos práticos e teóricos. Com efeito, conhece-se outras abordagens que privilegiam instrumentos gerais de análise como a lógica ou a psicolinguística: a redução

¹Traduzido por Maria Lucia Faria Moro, com revisão de Luca Rischbieter e Maria Tereza Carneiro Soares, do original em francês: VERGNAUD, G (1985). Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation. *Psychologie Française*, 30, 245-252.

estruturalista que elas operam apresenta o grave inconveniente de não permitir reconhecer o que, na formação dos conhecimentos, é específico do conteúdo das situações tratadas. Em outros termos, a função principal da representação, que é a de conceitualizar o real para agir eficazmente, corre o risco de aparecer excessivamente abstrata, se não se considerar, em seu próprio conteúdo, os conhecimentos que a alimentam.

Essa questão dos conteúdos do conhecimento é, evidentemente, incontornável para quem se interessa pela didática e pela apropriação dos conhecimentos na escola e no trabalho. Mas, e muita atenção a isto, ela é também essencial para o estudo do desenvolvimento cognitivo do bebê ou para as aquisições não escolares da criança, do adolescente ou do adulto.

Aliás, a escola não é sinônimo de aprendizagem sistemática, mesmo sendo ali o lugar onde mais são encontradas essas formas de aprendizagem: as regras da interação social das crianças, os brinquedos, uma parte importante da expressão oral, mesmo de conhecimentos matemáticos, são aprendidos por meio de situações e de atividades não explicitamente regradas e finalizadas pela escola. Reciprocamente, há aprendizagens sistemáticas fora da escola; por exemplo, as relações de parentesco (pai, mãe, filho, filha, avô, avó, tio, tia, primo...) são ensinadas de maneira sistemática em muitas famílias.

A escola não é mais sinônimo de conhecimentos conceituais; muitas competências não verdadeiramente ou não totalmente conceituais são desenvolvidas na escola: salto em altura, ler, escrever, discutir, argumentar... E, evidentemente, conhecimentos propriamente conceituais são aprendidos fora da escola: caracterizar objetos familiares, certos objetos técnicos, plantas, fenômenos econômicos da vida cotidiana...

Em suma, a representação interessa à formação da experiência em seu conjunto, seja esta experiência social ou privada, sistematicamente organizada ou aberta, discursiva ou não discursiva. Ainda, é preciso dispor de elementos teóricos de análise que permitam não confundir ou não distinguir, sob o termo eminentemente sincrético de “representação”, elementos que devem ser essencialmente analisados para se compreender o funcionamento e os disfuncionamentos da representação.

É indispensável, por exemplo, distinguir entre o plano dos *significantes* e aquele dos *significados*, entre os *diferentes sistemas de significantes* (linguagem natural, gestos, desenhos, esquemas, tabelas, expressões da álgebra) e entre os *diferentes componentes do significado* (invariantes, inferências, regras de ação, predições).

A interação do sujeito com o real é essencial, uma vez que, é nesta interação, que o sujeito forma e testa suas representações e concepções, ao mesmo tempo em que estas são responsáveis pelo modo pelo qual ele age e regula sua ação.

A representação não é um conjunto homogêneo de elementos e de funções psicológicas. Vamos mostrá-lo, insistindo em dois termos de uma cadeia que compreende muitos outros termos: o *conceito* e o *esquema*.

Tentaremos responder, adiante, a questão “... o que é um conceito?...”, mas é preciso destacar, de imediato, que não se saberia falar de conceito na ausência de um significante: sem termos da linguagem natural ou sem significantes emprestados de quaisquer outros sistemas simbólicos, não há conceito, posto que não há definição possível e não há acordo possível entre sujeitos. A atividade conceitual tem, então, necessariamente, aspectos referenciáveis no plano do significante. Porém, ela implica igualmente e, sem dúvida, mais essencialmente, aspectos que se situam no plano do significado e que não são diretamente observáveis. Esta atividade no plano do significado, está, ela

própria, em relação com a ação do sujeito em e sobre o real: logo, as ações do sujeito permitem identificar outros aspectos do significado.

Uma habilidade motora não é propriamente conceitual; mas isto não significa que, por essa razão, sua utilização não implique, de maneira essencial, a representação, inclusive de alguns aspectos conceituais. Veremos mais adiante, ao se definir esquema, que este se situa principalmente no plano das relações entre o real e o significado, mas que seu funcionamento colocará em jogo certos significantes.

Tomemos o exemplo da aprendizagem da aritmética e da álgebra entre 5 e 15 anos.

O conceito de número apoia-se em várias classes de situações e sobre numerosas atividades; dentre elas algumas contêm aspectos sensoriais-motores evidentes.

I. O ESQUEMA DA CONTAGEM

A competência que consiste em contar corretamente uma coleção supõe o reconhecimento de unidades distintas (cada objeto da coleção), a colocação em correspondência dessas unidades com as unidades perceptivo-motoras (olho e mão), elas próprias em correspondência com unidades verbais (a sequência das palavras-número). Além disso, é preciso que seja reconhecido o fato de que a última palavra-número pronunciada designa, não apenas o último objeto (no plano ordinal), mas também o cardinal da coleção (princípio da cardinalização); e, também é preciso que o caráter exaustivo e sem repetição da contagem seja assegurado por procedimentos de exploração espacial organizados e confiáveis. A contagem é, evidentemente, um *esquema* complexo que supõe seu tratamento como uma totalidade organizada, ao mesmo tempo que é indispensável estudar os elementos distintos que a compõem e os disfuncionamentos distintos que podem torna-la inoperante.

Totalidade organizada: sabe-se que Piaget foi o primeiro a desenvolver esta ideia com tanta ênfase para as *totalidades dinâmicas* e não somente para as *formas* como o havia feito a Gestalt. O conceito de esquema surge deste cuidado em designar uma totalidade organizada.

Elementos e disfuncionamentos distintos: vê-se, facilmente, que o esquema da contagem apela a significantes (as palavras-número), a atividades perceptivo-motoras (coordenação olho-mão-emissão verbal) e a construções conceituais (objeto, coleção, cardinal) irreduzíveis às palavras e às coordenações perceptivo-motoras: o objeto é construído antes do aparecimento da conduta da contagem, mas a coleção e o cardinal são construções conceituais associadas à contagem. Pesquisas realizadas nos últimos dez anos (Gelman & Gallistel, 1978; Fuson *et al.*, 1983; Davydov, 1982; Chichignoud, 1985; Fisher, 1984, Steffe *et al.*, 1983) mostram que elementos distintos do esquema podem estar perturbados ou ausentes de maneira independente; por exemplo, a coordenação olho-mão, a coordenação gesto-palavra, a sequência das palavras-número, o princípio da cardinalização, a exploração espacial da coleção...

II. NÚMEROS, OPERAÇÕES E ÁLGEBRA

A competência que consiste em encontrar sem erro que operação (adição, subtração, multiplicação, divisão) é preciso aplicar a que tipo de dados e em que ordem para resolver qualquer problema da aritmética dita elementar é uma competência formada por elementos heterogêneos (um compósito), logo, analisável conforme grande número de competências distintas, cuja construção “espontânea” ou a apropriação pelo aluno abrange um longo período de tempo.

Desde a idade de três ou quatro anos, algumas competências relativas à adição e à subtração, são adquiridas pelas crianças em situações do tipo “estado inicial conhecido, transformação conhecida encontrar o estado final” para valores numéricos pequenos (< 3 ou 4) para domínios de referência

familiares. Entretanto, alguns problemas de adição e de subtração ainda ocasionam fracassos para a maioria dos alunos de 15 anos; o mesmo acontece para certos problemas de multiplicação e de divisão.

Entre esses momentos do desenvolvimento e da aprendizagem, os alunos se defrontam com classes de problemas de uma grande diversidade, expandem o campo e aplicação de procedimentos inicialmente compreendidos a domínios cada vez mais amplos de valores numéricos (números > 10 , números grandes, números decimais, frações, números irracionais) e a domínios novos de referência (grandezas espaciais, grandezas físicas, etc.); ou, ao contrário, são levados a rejeitar procedimentos errados, associados a concepções muito grosseiras, e a substituí-los por procedimentos conceitualmente mais fortes ou mais universais. Numerosas pesquisas permitiram a descrição desse processo (Carpenter & Moser, 1983; Riley, Greeno & Heller, 1983; Nesher, 1982; Ricco, 1982; Comiti, Bessot & Pariselle, 1980; Resnick, 1983; Behr, Lesh & Post, 1983; Hart, 1981; Douady, 1984; Karplus *et al.* 1983; Brousseau, 1981, Dupuis & Pluvinage, 1981).

Durante todo esse período, as crianças utilizam ou são induzidas a utilizar significantes específicos (diagramas de Euler-Venn, esquemas, tabelas, igualdades e equações, gráficos) e, naturalmente, um significante geral que é a linguagem natural: os problemas são sempre apresentados com a ajuda parcial senão total da linguagem natural, e as crianças são levadas a acompanhar o processo de solução, no qual são engajadas por múltiplas atividades de linguagem que concernem à extração das informações pertinentes, ao raciocínio e à escolha das operações, à contagem, à argumentação com outros alunos e com o professor.

A álgebra constitui um sistema estável e institucionalizado para a matematização das situações; e a solução das equações algébricas implica uma variedade de conceitos, entre os quais os de: incógnita, variável, função, parâmetro etc., cujas representações simbólicas (letras e sinais, específicos ou não, gráficos...) não são livres de ambiguidades; por exemplo, pode-se mostrar que o sinal “ “ designa operações tão diferentes como as de transformação direta negativa, de decomposição de transformações (Vergnaud, 1982; Marthe, 1982; Escarabajal, 1984).

Muitas competências elementares implicadas nas atividades matemáticas são verdadeiros esquemas que permitem gerar processos complexos de solução, nos quais existem vários tipos de variáveis de entrada, vários tipos de variáveis de saída e vários tipos de planificação, de regulação e de controle; é necessário recorrer também a vários tipos de significantes e existem diversas funções distintas destes significantes.

A análise deste amálgama de funções psicológicas é, evidentemente, complexa, mas o quadro das classes de problemas aos quais o aluno pode ser confrontado, os procedimentos corretos ou incorretos que ele pode empregar, as formas simbólicas às quais ele pode recorrer, e as dificuldades mais ou menos duráveis que ele pode encontrar, revelam-se mais simples do que *a priori* parecem.

Não é possível apresentar o referido quadro no contexto deste artigo; mas o leitor pode, a respeito, recorrer a alguns artigos e trabalhos de síntese (Bell, Costello & Kuchemann, 1983; Lesh & Landau, 1983; Ginsburg, 1983; Vergnaud, 1981).

Irei me contentar, aqui, em sublinhar os ensinamentos que podem ser tirados desse quadro para a psicologia cognitiva. Distinguirei, a respeito, quatro:

- 1 – Que é um conceito?
- 2 – Por que é necessário estudar os campos conceituais? Ou campos cognitivos de certa amplitude?
- 3 – Que articulações devem ser consideradas entre a adaptação ao real e os diferentes elementos constitutivos da representação?
- 4 – Que é um esquema?

1. O QUE É UM CONCEITO?

Para o psicólogo que quer estudar o desenvolvimento e o funcionamento, um conceito ζ é necessariamente um tripé de três conjuntos: $C = (S, I, \mathcal{Z})$.

S: conjunto de situações que dão sentido ao conceito.

I: conjunto de invariantes operatórios que são subjacentes ao tratamento dessas situações pelo sujeito.

\mathcal{Z} : conjunto de significantes ou simbolizações que permitem representar os invariantes, as situações, os procedimentos de tratamento.

Situações: os conceitos de adição ou de subtração, por exemplo (mas isto é verdadeiro para o conceito de força, o conceito de corrente elétrica, o conceito de intersecção...) assumem seu sentido em uma variedade de situações e de classes de problemas cujas características devem ser analisadas, e que devem ser classificadas de forma precisa e exaustiva.

Esta referência às situações é indispensável por várias razões:

- uma razão de ordem funcionalista, a qual concerne ao sentido das aprendizagens e dos discursos.

Em que situações é necessário adicionar ou subtrair? Para responder a quais perguntas?

- uma razão de ordem estruturalista, concernente à diversidade das tarefas cognitivas implicadas por situações diferentes: não é a mesma coisa fazer uma subtração para encontrar uma diferença (Pedro tem 5 balas, Júlia tem 8 balas, quem tem mais e quantas mais?), para encontrar o estado inicial de uma coleção que foi aumentada (Roberto acabou de ganhar 4 bolas de gude; agora, ele tem 9; quantas ele tinha antes de jogar?), ou simplesmente para saber o que sobra depois de um consumo (Estevão tinha 5 balas, chupou 3; com quantas balas ele ficou?).

- uma razão relativa ao desenvolvimento e de ordem epistemológica: como o aluno progressivamente domina essas diferentes estruturas? Que contradição haveria entre determinada situação e determinada concepção do aluno? Que fazer para fazer evoluir e enriquecer as concepções do aluno e dar sentido a certas aprendizagens (a manipulação de números negativos, por exemplo)?

Invariantes: cada classe de situações, para ser tratada, pede operações de pensamento precisas que devem ser analisadas em detalhe. Essas operações de pensamento repousam sempre no reconhecimento de invariantes, quer se trate de dali extrair uma propriedade, uma relação ou um conjunto de relações (isto é, de modelizar uma relação), quer se trate de aplicar-lhe um teorema verdadeiro, não necessariamente explícito. Eis dois exemplos:

- crianças de quatro ou cinco anos, quando reúnem duas coleções, tendem a recontar as duas coleções como se elas fossem uma só (*counting all*). Isto não é nada econômico, e necessariamente não implica em compreensão da adição. Não recontar o todo, mas, ao contrário, repartir o cardinal do primeiro conjunto e seguir contando “5...,6-7-8”, ou, melhor ainda, dizer “5 +3... 8” apoia-se no emprego implícito do axioma da adição da teoria da medida

$$\text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B)$$

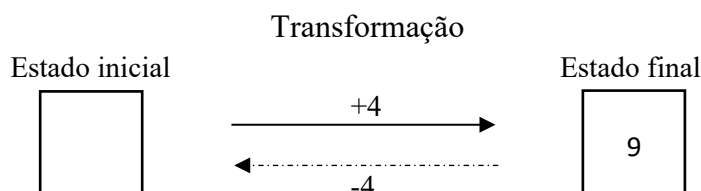
desde que A e B sejam disjuntos.

Este axioma, na verdade, diz que é a mesma coisa recontar o todo ($\text{card}(A \cup B)$) ou fazer a adição do $\text{card}(A)$ e do $\text{card}(B)$. Aqui, é a ação do sujeito (não recontar o todo) que serve de critério para afirmar que o sujeito toma por verdadeira esta relação, ao menos para os valores numéricos considerados (5 e 3) e para o domínio de referência focalizado (balas, bolas de gude, etc.). Donde a expressão “*teorema-em-ato*” que utilizamos para caracterizar os invariantes relacionais subjacentes à atividade de tratamento colocada em ação pelo sujeito.

O segundo exemplo se refere à aplicação de uma subtração ao problema já citado acima:

Roberto acaba de ganhar 4 bolas de gude; agora, ele em 9; quantas bolas de gude ele tinha antes de jogar?

Algumas crianças de sete ou oito anos não veem por que seria feita uma subtração, posto que Roberto acaba de ganhar bolas de gude (porque “ganhar” está associado à ideia de adição); é preciso, então, captar em seu conjunto a relação entre os três termos para compreender que é preciso subtrair, como o indica o esquema seguinte:



É preciso subtrair 4 para descobrir o estado inicial.

Significantes: este último exemplo mostra o uso que se pode fazer de um significante particular, o esquema com flechas. Ocorre que esta simbolização particular traz, por sua natureza, ajuda aos jovens alunos para compreender as relações em jogo em certas situações de adição e de subtração. Evidentemente, existem outras representações simbólicas possíveis (talvez mais eficazes para outras classes de problemas). Certas explicações verbais são, naturalmente, úteis ou indispensáveis desde que remetam, de forma unívoca, aos elementos pertinentes da situação (o que nem sempre é o caso).

Desse modo, um conceito se reporta, necessariamente, a muitas situações, a muitos invariantes, a muitas simbolizações possíveis. O conceito de número não poderia, por exemplo, ser reduzido ao invariante subjacente à prova da conservação das quantidades discretas. Existem vários outros invariantes que lhe são prévios e muitos outros que lhe sucedem. Também, existem situações diferentes relativas ao conceito de número. Enfim, existem muitas categorias de significantes numéricos e muitas funções destes significantes: não é a mesma coisa acompanhar verbalmente uma contagem, uma operação de divisão, ou um raciocínio.

2. POR QUE É NECESSÁRIO ESTUDAR CAMPOS CONCEITUAIS? OU CAMPOS CONCEITUAIS DE CERTA AMPLITUDE?

Acabamos de ver que um conceito remete a várias situações. Porém, reciprocamente, uma situação remete a vários conceitos. E o desenvolvimento dos conhecimentos de uma criança se faz por meio de um conjunto relativamente vasto de situações, entre as quais existem parentescos (analogias, contrastes, variações...); e, para a análise dessas situações, é preciso apelar para muitos conceitos e para muitos tipos de simbolizações.

A análise das situações de multiplicação e de divisão, por exemplo, faz apelo a uma grande diversidade de conceitos: proporção simples e múltipla, função linear e não linear; multiplicação e divisão; múltiplo, divisor e quociente; fração e relação; análise dimensional; espaço vetorial... há, também, uma grande variedade de simbolizações: quadros, gráficos, equações.

Seria aberrante, nessas condições, estudar o desenvolvimento ou a aprendizagem de um único conceito, o da divisão, por exemplo.

Se se quer compreender como são organizadas as múltiplas competências que permitem tratar qualquer problema de proporção e, por exemplo, colocá-lo em equação, é necessário considerar um grande número de situações e identificar a variedade de procedimentos e de simbolizações possíveis

para cada uma delas, assim como os tratamentos analógicos ou as rupturas que elas pedem. O mesmo acontece para os problemas de adição e de subtração.

Os parentescos entre situações não se deixam reduzir a aspectos lógicos ou psicolinguístico, nem a modelos informáticos gerais.

Um campo conceitual é, primeiramente, definido pelo seu conteúdo (dinâmica, eletrocinética, estruturas aditivas, estruturas multiplicativas, lógica de classes...) e uma maneira cômoda de designar sua extensão é a de referir-se ao conjunto de situações que contribuem a lhe dar sentido e que ilustram a variedade das propriedades e teoremas que ele contém: um teorema de mecânica ou um teorema de aritmética não se deixam descrever por uma forma puramente lógica ou psicolinguística.

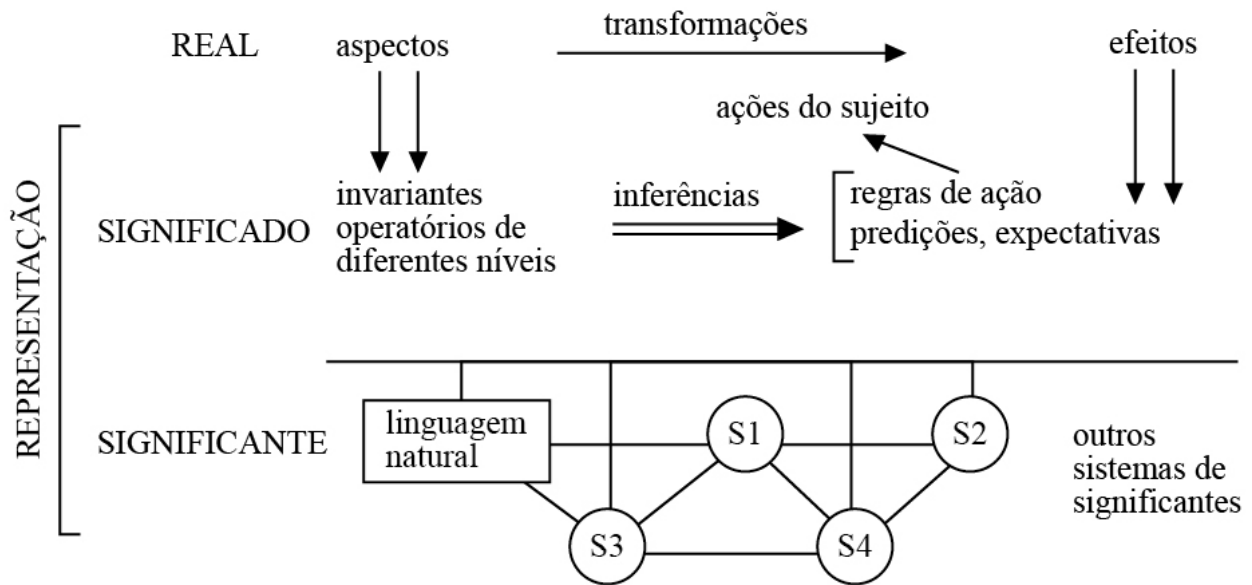
O termo “conceitual” é restritivo porque supõe, como dissemos acima, um uso explícito de significantes. Ora, existem muitas atividades cognitivas para as quais não é razoável pensar que o sujeito possa exprimir os invariantes e os cálculos dos quais essas atividades são feitas. Um único exemplo emprestado das atividades de deslocamento do corpo no espaço será suficiente; mas, outros exemplos poderiam ser procurados nas atividades tecnológicas e nas condutas afetivas. O conceito de esquema aplica-se bem a essas atividades, especialmente aquele de esquema sensorial-motor. Contudo, os esquemas sensoriais-motores não são nem estereótipos, nem isolados uns dos outros; e eles põem em jogo a representação: “subir uma escada em caracol cujos degraus têm 20 centímetros de altura, de costas e transportando um móvel com um parceiro” não deixa de estar ligada à competência que consiste em “subir uma escada cujos degraus tem 15 centímetros”. Se essas duas competências fossem objeto de pesquisas sistemáticas, seria aberrante estudar a primeira sem fazer referência à segunda. Os esquemas sensoriais-motores formam, eles também, campos cognitivos e comportam, como os conceitos, uma parte importante de transpossibilidade e de generabilidade. É urgente reconhecer, em psicologia cognitiva, a necessidade de estudar campos de conhecimentos suficientemente amplos para que seja possível deles compreender as filiações e as rupturas.

3. QUAIS ARTICULAÇÕES ENTRE A ADAPTAÇÃO AO REAL E OS DIFERENTES COMPONENTES DA REPRESENTAÇÃO?

A adaptação ao real não pode ter outros critérios senão o da conformidade entre as expectativas do sujeito e os efeitos reais que se produzem, e aquele da ação eficaz.

A representação não pode ser funcional se ela não exerce seu papel na regulação da ação e das expectativas do sujeito. Não se vê, nessas condições, como seria possível evitar o recurso ao conceito de homomorfismo entre certos aspectos do real e sua representação mental. Além disso, a própria ação exerce um papel decisivo na própria elaboração desta representação, uma vez que é por suas ações e suas expectativas que o sujeito elabora e corrige suas representações. A ação pode mesmo servir para interrogar o real mais que transformá-lo, como é o caso na atividade experimental e na ciência.

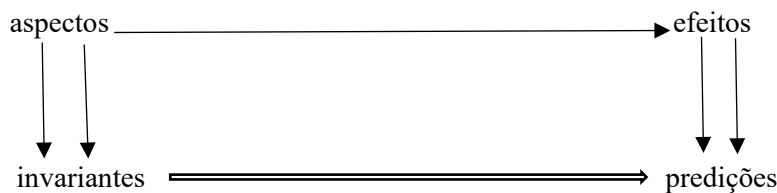
ESQUEMA 1 RELAÇÕES ENTRE REPRESENTAÇÃO E REALIDADE



Os significantes disponíveis, sociais a maior parte deles, podem evidentemente exercer um papel importante nessa adaptação ao real, mas é preciso também reconhecer que é, essencialmente no plano do significado que se regulam as relações entre real e representação.

O Esquema 1 resume as relações múltiplas sobre as quais é necessário elaborar a hipótese para compreender o funcionamento da representação.

1. A função da representação visa estabelecer homomorfismos entre real e significado:
transformação



2. A representação calcula regras de ação que engendram, elas próprias, ações. Estas ações têm por finalidade transformar o real, ou interrogá-lo (distância efeito-predição) e, por esse fato, levam à evolução adaptativa do sistema de invariantes constitutivos da representação.

3. Os significantes podem designar invariantes, acompanhar inferências ou predições, explicitar regras de ação. Mas todo o trabalho que se fez no plano do significado não é necessariamente acompanhado de manipulações simbólicas; e, além disso, a correspondência não é unívoca entre o plano do significado e o do significante.

4. O QUE É UM ESQUEMA?

O que acaba de ser dito mostra que o plano do significado, caso possa ser analisado a partir do que exprime o sujeito e a partir do que ele faz, é estruturado fundamentalmente pelo real e pela ação sobre o real. É neste aspecto que as abordagens “operatórias” em psicologia cognitiva se afastam

dos modelos linguísticos ou discursivos; seus modelos estão muito mais ao lado da ciência, da técnica e da ação material.

Essa importância atribuída ao significado resulta em dar ao conceito de esquema um papel central no funcionamento da representação. Um esquema é uma totalidade dinâmica, organizada, vimos acima: pode-se defini-lo como uma aplicação (no sentido matemático) que toma suas entradas (informações) e suas saídas (ações, comando motores) em espaços multidimensionais. O número de dimensões de cada um destes espaços é eventualmente muito grande e, além disso, esta aplicação é dinamicamente organizada e controlada. A neurobiologia do cérebro nada mais faz ainda que acariciar a possibilidade de descrever o funcionamento neuronal de tais esquemas (Changeux, 1983). À psicologia cognitiva cabe identificar elementos microscópicos significativos, permitindo análises confiáveis, diferenciações e filiações. É neste sentido que me parece indispensável analisar o conceito de esquema segundo quatro categorias de elementos:

- invariantes operatórios,
- inferências e cálculos,
- regras de ação,
- previsões ou expectativas,

isto é, nas próprias categorias que permitiram, acima, caracterizar o significado. Isto quer dizer que o esquema é a melhor unidade para estudar a representação. Porém, essa totalidade, que é o esquema, não deixa de ser composta, de um lado, de esquemas mais elementares, como mostram o exemplo do esquema de contagem ou aquele da escada que se sobe de costas; de outro lado, de elementos cognitivos distintos dos quais se podem perceber as manifestações no que um sujeito em situação pode fazer e dizer; por exemplo, existem condutas observáveis que testemunham a existência de cálculos e de expectativas, mas seu conteúdo não é, por conta disto, facilmente identificável. Os conceitos de regra e de invariante são, exatamente, elementos indispensáveis para caracterizar o conteúdo dos esquemas.

As regras de ação constituem um nível relativamente próximo da ação observável. As investigações sobre a simulação do pensamento e outras investigações da psicologia cognitiva, sobre os algoritmos, por exemplo, levaram à aceitação ampla do conceito de regra. Talvez pelo fato de que a tradição behaviorista e positivista em psicologia não tenha sido, então, gravemente atingida.

Os invariantes operatórios, dos quais Piaget foi o primeiro psicólogo a ter mostrado a importância (objeto permanente, conservações), não são também amplamente reconhecidos pela psicologia cognitiva, hoje. Talvez porque o conceito de invariante tenha uma ressonância objetivista (reflexo do real) que não convém a todas as tradições teóricas em psicologia, e porque ele acarreta revisões importantes na problemática e na metodologia da psicologia cognitiva.

Se a função última da representação é a *conceitualização do real para uma ação eficaz*, então os invariantes operatórios, isto é, os objetos, propriedades, relações e processos que o pensamento recorta no real para organizar a ação, constituem o núcleo duro da representação, aquele sem o qual nem as inferências, nem as regras de ação, nem as previsões, nem os significantes têm sentido.

É a ciência constituída que nos fornece o melhor modelo de análise dos invariantes. Porém, esta ciência apresenta este conteúdo em um discurso organizado onde os invariantes, e a maior parte deles, estão associados a correspondentes simbólicos linguísticos e não linguísticos (o formalismo matemático, o desenho, por exemplo). No nível do esquema, muitos invariantes funcionam sem que qualquer significante explícito lhes seja associado. E, em certos domínios, alguns, contudo, bem explorados pela ciência, certos invariantes no plano dos esquemas não são os que são retidos pela ciência constituída. Para as operações aritméticas, por exemplo, o modelo de operação unária está

muito mais próximo do funcionamento dos esquemas dos alunos que o modelo da operação binária privilegiado pelo matemático. A psicologia cognitiva é, assim, confrontada ao duplo problema de levar em conta o melhor possível os saberes sociais constituídos (científicos, técnicos, culturais, práticos...) e, ao mesmo tempo, não ficar prisioneira de sua descrição atual, de forma a analisar o melhor possível a formação e o funcionamento dos conhecimentos dos sujeitos individuais.

Além disso, se a história das ciências, das técnicas e de outros saberes sociais mostram a existência de conceitos e de regras incorretas, como poderia ser diferente no nível dos conhecimentos particulares dos sujeitos que são os esquemas. O psicólogo observa, então, invariantes falsos, regras incorretas ou parciais, inferências aberrantes e expectativas cegas. É o preço pago pelo sujeito na construção de sua própria experiência e na apropriação dos conhecimentos sociais.

Logo, os esquemas organizam as condutas do sujeito a partir de um recorte do real em objetos, propriedades e relações de diferentes níveis e recorrendo a tomadas de posição sobre o real (teoremas-em-ato). Esses atos do pensamento são verdadeiras decisões do sujeito, (ele toma partido), que não são simplesmente deduzidas das regularidades observadas pelo sujeito: um invariante pode, certamente, resumir regularidades. Ele provém, também, de uma construção efetuada pelo sujeito a partir de suas próprias análises e hipóteses. A crítica feita por Popper ao empirismo lógico (Popper, 1959) não é somente válida para a ciência, mas também para o saber individual. As pesquisas sobre a didática e a aquisição dos conhecimentos matemáticos revelam numerosos exemplos de tais decisões do sujeito, em particular quando da emergência de competências novas.

Se é justo considerar que o esquema se situa essencialmente no plano do significado, seria errôneo pensar que o trabalho no plano dos significados nada mais é que a elaboração e o funcionamento do esquema. Pelo contrário, pode-se observar o papel dos significantes na construção dos invariantes (o nome que designa uma classe de objetos, ou a expressão que designa uma relação, um processo), nas inferências (pensar em voz alta, linguagem interior de Vigotski...), nas regras de ação e o controle da ação (verbalizações que acompanham o gesto, ou o desenrolar de um procedimento...) e na expressão de expectativas.

Se ainda é justo considerar que o esquema tem um caráter privado, seria incorreto pensar que sua elaboração não seja, ao menos em parte, organizada socialmente. A mãe, o professor, os mais velhos ou os de mesma idade exercem, claramente, um papel na modelagem dos esquemas do sujeito individual. Porém, e em uma parte inexpugnável, a elaboração de um esquema fica sob a responsabilidade cognitiva do sujeito individual, mesmo em caso de dominação social.

CONCLUSÃO

A psicologia cognitiva é, atualmente, uma encruzilhada de muitos caminhos. Assediada por modelos lógicos, informáticos, neurobiológicos, linguísticos, sociológicos, ela pode e deve tomar ideias daqui e de acolá. Mas uma psicologia cognitiva que, no terreno da educação e, notadamente, do trabalho, quer descrever e compreender a função adaptativa da representação, não pode se prender a modelos gerais, cuja importância se revela vaga ou limitada quando se trata de dar conta do desenvolvimento e da aprendizagem das condutas operatórias.

O conteúdo específico dos conhecimentos práticos e teóricos a adquirir devem ser totalmente levados em conta. O psicólogo se defronta, então, com uma dupla dificuldade: de um lado, lhe é necessário compreender os saberes em jogo e deles avaliar a relevância epistemológica (quais problemas práticos ou teóricos são resolvidos por tal conceito, ou tal técnica?); de outro, lhe é necessário conservar sua liberdade para descrever, o melhor possível, os caminhos de um sujeito que

descobre e aprende, conforme vias que podem estar totalmente apagadas no saber constituído do *expert*.

Ademais, os discursos teóricos e as condutas práticas que são constitutivas dos conhecimentos não se deixam descrever facilmente, muito menos sua interação. Entretanto, é nesta interação entre o fazer e o dizer que o sujeito aprende.

Nossa análise do *esquema* e do *conceito* visa esclarecer esta interação.

REFERÊNCIAS

- BEHR, M.; LESH, R.; POST, T. & SILVER, E. (1983). Rational number concepts. In R. LESH & M. LANDAU (Eds.), *The Acquisition of Mathematics: concepts and processes* (pp.91-126). New York: Academic Press.
- BELL, A. W; COSTELLO, J. & KUCHEMANN, D. (1983). *A review of research in mathematical education*. Part A: research on learning and teaching. Windsor, Berks: NFER Nelson.
- BROUSSEAU, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2,3, 37-127.
- CARPENTER, T. P. & MOSER, J. M. (1983). The acquisitions of addition and subtraction concepts. In R. LESH & M. LANDAU (Eds.), *Acquisition of Mathematics: concepts and processes* (pp.7-44). New York: Academic Press.
- CHANGEUX, J. P. (1983). *L'homme neuronal*. Paris: Fayard
- CHICHIGNOUD, M. P. (1985). *Le concept de nombre: études des structures additives et soustractives en relation avec la suite numérique chez les enfants d'âge préscolaire*. Thèse de Troisième Cycle. Paris: École de Hautes Études en Sciences Sociales.
- COMITI, C.; BESSOT, A. & PARISELLE, C. (1980). Analyse de comportements d'élèves du cours préparatoire confrontés à une tâche de construction d'un ensemble equipotent à un ensemble donné. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1-2, 171-217.
- DAVYDOV, V. V. (1982). The psychological characteristics of the foundation of elementary mathematical operations. In T. P. CARPENTER; J. M. MOSER & T. A. ROMBERG (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp.224-238). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- DOUADY, R. (1984). *Jeux de cadres et didactique outil-objet*. Thèse d'État. Paris: Université Paris VII.
- DUPUIS, C. & PLUVINAGE, F. (1981). La proportionnalité et son utilisation. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 2, 2, 165-212.
- ESCARABAJAL, M. C. (1984). Compréhension et résolution de problèmes additifs. *Psychologie Française*, 29,3-4, 247-252.
- FISHER, J. P. (1984). *La denomination des nombres par l'enfant*. Strasbourg: IREM.
- FUSON, K. C.; SECADA, W. G & HALL, J. W (1983). Matching, counting and conservation of numerical equivalence. *Child Development*, 54, 91-97.
- GELMAN, R. & GALLISTEL, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- GINSBURG, H. P. (1983). *The development of mathematical thinking*. New York: Academic Press.
- HART, K. (1981). *Children's understanding of mathematics*. London: Murray.
- KARPLUS, R.; PULOS, S. & STAGE, E. K. (1983). Proportional reasoning of early adolescents. In R. LESH & M. LANDAU (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 45-90). London: Academic Press.

- LESH, R. & LANDAU, M. (Eds.) (1983), *Acquisition of Mathematics: concepts and processes*. New York: Academic Press.
- MARTHE, P. (1982). *Problèmes de type additive et appropriation par l'élève des groupes additifs*. Thèse de Troisième Cycle. Paris: École des Hauts Études en Sciences Sociales.
- NESHER, P. (1982). Levels of description in the analysis of addition and subtraction word problems. In T. P. CARPENTER; J. M. MOSER & T. A. ROMBERG (Eds.), *Addition and subtraction. A cognitive perspective* (pp. 25-38). Hillsdale, NJ: Erlbaum
- POPPER, K. (1959). *The logic of scientific discovery*. Abingdon-on-Thames: Routledge.
- RESNICK, L. B. (1983). A developmental theory of number understanding. In H. P. GINSBURG (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 109-151). New York: Academic Press.
- RICCO, G. (1982). Les premières acquisitions de la notion de fonction linéaire chez l'enfant de 7 à 11 ans. *Educational Studies in Mathematics*, 13, 289-327.
- RILEY, M. S; GREENO, J. G. & HELLER, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H. GINSBURG (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). New York: Academic Press.
- STEFFE, L. P; VON GLASERFELD, E.; RICHARDS, J. & COBB. P. (1983). *Children's counting types: Philosophy, theory and application*. New York: Praeger Scientific.
- VERGNAUD, G. (1981). *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Berne: Peter Lang
- VERGNAUD, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In T. P. CARPENTER; J. M. MOSER & T. A. ROMBERG (Eds.), *Addition and subtraction: a cognitive perspective* (pp.39-59). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.