# QUAIS COMPETÊNCIAS MATEMÁTICAS DIZEM RESPEITO À ESCOLA MATERNAL?[1]

Gérard Vergnaud - C.N.R.S. Paris

Agradeço-lhes pela oportunidade de debater com vocês a formação de conhecimentos matemáticos, especialmente os aspectos que dizem respeito à escola maternal. Minha abordagem é a de um psicólogo: formado na escola de Piaget, que tomou certa distância em relação a essa teoria e que, além disso, interessou-se diretamente pelas aprendizagens escolares, algo que Piaget não quis estudar. Apesar dessas diferenças, sigo fundamentalmente piagetiano.

Se dei a esta palestra um título um pouco provocador, foi essencialmente para marcar certa distância em relação a uma concepção ainda largamente difundida sobre a escola maternal, aquela que tende a torná-la, quase exclusivamente, um lugar de socialização. A escola maternal é, de fato e antes de tudo, um lugar de socialização, mas é também um lugar onde as crianças chegam com competências cognitivas não negligenciáveis, e onde elas podem desenvolver importantes saberes e savoir-faire[2].

Estes saberes e savoir-faire não se referem somente à matemática: referem-se também à expressão oral, à leitura, ao desenho, às habilidades motoras e manuais, às relações com o outro, etc. Porém, a matemática não era mencionada nos textos antigos relativos à escola maternal; no entanto, entre 3 e 6 anos, a criança adquire competências importantes nessa área. É nosso dever analisá-la em detalhe para se ter uma visão mais justa da criança e para organizar, na escola maternal, atividades suscetíveis de fazer frutificar essas competências.

Vou começar por uma historinha que me foi contada ontem por uma amiga a quem eu acabara de contar que iria fazer uma conferência no congresso da A.G.I.E.M.[3]

---

[1] Traduzido por Maria Lúcia Moro, com colaboração de Luca Rischbieter, do original, em francês: VERGNAUD, G. (1988) “Par quelles compétences mathématiques l’école maternelle est-elle concernée?” In: Vivre à l’Ecole Maternelle, apprendre, grandir. Actes du 6ème Congrès de l’AGIEM, Toulouse, 51-55.

[2] “Saber-fazer”, termo que podemos interpretar como tendo significado semelhante a “competências”.

[3] Sigla de uma associação de professores(as) de Educação Infantil das escolas públicas da França. O presente artigo traz o texto da palestra proferida por Vergnaud em sua intervenção no 6º Congresso de A.G.I.E.M., realizado em 1988 na cidade de Toulouse.

Seu filho tem seis anos e vai entrar no curso preparatório[4]; ele é apaixonado por matemática e faz contagens o tempo todo. Ele se preocupa com o tamanho das pessoas porque ele é pequeno e, particularmente, pelo tamanho de sua mamãe. Ora, sua mãe tem um metro e sessenta. É uma altura média para uma senhora, mas que não é tão alta; há, na escola, uma professora que se chama Odila, e que é muito alta. O filho da minha amiga dirige-se então à sua própria professora, que se chama Isabela, e lhe pergunta: “Quanto que a Odila mede?”. Resposta de Isabela: “Um metro e sessenta e nove”. “E você, quanto você mede?”, continua o menino. Resposta de Isabela: “Sete centímetros menos”. A criança pensa e então diz: “Ah! Bom, então você tem dois centímetros a mais que mamãe!”.

Há neste exemplo muita matemática. Evidentemente, é um caso particular, excepcional mesmo, mas é interessante tentar analisar de maneira crítica o conteúdo matemático das observações da criança:

- medir comprimentos: nada permite afirmar que a criança compreendeu que há 100 centímetros em um metro; ela pode ter raciocinado apenas com os centímetros;
- contar até sessenta e nove: é provável que a criança tenha esta competência, embora isto não seja uma certeza.
- quantificar as relações “mais que” e “menos que” em “2 a mais que” e “7 de menos que”: a criança possui, sem dúvida, esta competência e a expressa, ao mesmo tempo, tanto pelo seu raciocínio mental, quanto por sua expressão oral. Voltaremos a isto adiante.

Nesse trabalho intelectual da criança há muitas coisas relativas ao número e ao espaço. Ora, matemática é, primeiramente, número e espaço. Naturalmente, é também lógica, é também organização da ação, essencial no conceito de algoritmo, mas é, antes de tudo, número e espaço. Para que o número tenha um mínimo de sentido, é preciso que ele esteja inscrito em situações funcionais. Quais são as primeiras situações funcionais de uso do número para a criança? Essencialmente, situações de comparação e situações de combinação por adição e por subtração. Estas situações são encontradas pela criança em sua vida cotidiana e ela é, assim, levada a desenvolver competências numéricas não negligenciáveis desde 3 ou 4 anos de idade. Ela desenvolve essas competências com a ajuda do outro, de sua mãe, de seu avô, de sua professora. Isto não a impede, aliás, de falhar, até os 6, 7 anos de idade, na prova da conservação de quantidades discretas; ou, para 60% das crianças de até 15 anos, em certos problemas que pedem uma adição. Logo, é importante refletir adequadamente sobre a abrangência e os limites dos conhecimentos que a criança pode, então, adquirir na escola maternal. Aqui não é o lugar para explicar as diferentes categorias de adição e de subtração que a criança pode encontrar durante sua escolaridade; isto seria muito demorado; mas estas categorias são muito numerosas e sua dificuldade se estende por um período muito longo do desenvolvimento da criança, que começa ao redor dos 4 anos e que somente termina aos 16 anos[5]. Em outros termos, a aquisição do conceito de número não é avaliada apenas com a

[4] No sistema de ensino francês, o curso preparatório (CP) recebe regulamente crianças de 5-6 anos de idade aproximadamente, antecedendo ao primeiro ano (CE1) da escola elementar. Após a reforma de 2006, seria o equivalente ao nosso 1º ano.

[5] Uma boa apresentação das diferentes categorias de problemas que Vergnaud definiu, na resolução de adições e subtrações, pode ser encontrada em seu livro clássico, *A criança, a matemática e a realidade (L'enfant, la mathématique et la realité, de 1981)*, publicado em 2014 pela editora da UFPR, com tradução de Maria Lucia Moro.

ajuda de um único critério, mas de uma grande variedade de critérios, alguns dos quais podem estar presentes muito cedo, outros, muito tarde. Nosso trabalho como psicólogos, pedagogos, metodólogos é o de identificar as grandes classes de situações com as quais as crianças possam ser confrontadas, assim como as diversas condutas que elas podem adotar, de forma a compreender os caminhos do desenvolvimento e da aprendizagem.

Iniciarei lembrando os princípios que Gelman formulou a partir de seu trabalho sobre o número, feito com crianças de 3 ou 4 anos:

- o princípio da bijecção (entre os objetos e a sequência falada dos números);
- o princípio da sequência coerente: que remete à utilização, quando de várias contagens diferentes, de sequências ordenadas de forma constante e incluídas umas nas outras. De fato, Fischer mostrou que certas crianças podiam utilizar também, de maneira coerente, sequências que nós qualificaremos de incorretas: um, dois, três, cinco; mais um, dois, três, cinco, seis, sete, nove;
- o princípio da cardinalidade: a última palavra pronunciada representa o número de elementos da coleção e não apenas o último elemento. Aliás, as crianças repetem esta palavra duas vezes: um, dois, três, quatro... quatro. O primeiro quatro é associado ao quarto elemento, o segundo ao cardinal da coleção. Ocorre de as crianças serem incapazes de dizer quantos elementos há em uma coleção que acabaram de contar, e recomeçam em vão, sem se decidirem a cardinalizar. Estas crianças não têm o princípio da cardinalidade;
- princípio da ordem qualquer: o cardinal não depende da ordem na qual os elementos são contados;
- princípio da abstração: o cardinal não depende da qualidade dos objetos enumerados: bolinhas de gude, balas, crianças... Pode-se mesmo contar junto um relógio, dois lápis e um microfone porque eles estão todos em cima da mesa.

As crianças são igualmente capazes, desde 4 ou 5 anos de idade, de efetuar pequenas adições e subtrações:

- tenho três balas na minha mão. Juntei mais uma. Quantas balas eu tenho agora? (As crianças não podem contar, pois as balas estão escondidas).
- ou então: tenho três balas. Juntei uma e, depois, mais uma;
- ou mesmo: tenho três balas. Juntei duas e depois tirei uma. Quantas eu tenho agora?

As competências das crianças de 4 anos não são, portanto, negligenciáveis. Porém, nesses problemas, a adição está associada à ideia de uma quantidade que aumenta, e a subtração, à ideia de uma quantidade que diminui: conhece-se o estado inicial e a transformação e busca-se o estado final. Este modelo de adição não é aquele da lei de combinação binária que habitualmente é ensinado. Há, portanto, uma defasagem entre as concepções precoces da adição e da subtração e o modelo ensinado. É o que ocorre quando as crianças encontram no CE1 e no CE2[6] e, às vezes, no CP, situações nas quais o estado inicial não é conhecido, como no exemplo seguinte:

[6] CE1 e CE2 seriam equivalentes ao 2º e 3º ano do Ensino Fundamental brasileiro. No sistema de ensino francês trata-se, respectivamente, do curso elementar 1 (alunos de 7 anos de idade) e do curso elementar 2 (alunos de 8 anos de idade). A destacar que, na França, a chamada escola elementar corresponde aproximadamente às cinco séries iniciais do ensino fundamental brasileiro.

- Roberto acaba de perder 4 bolas de gude. Agora ele tem 5 bolas. Quantas bolas ele tinha antes de jogar?

Não se trata somente de uma defasagem, mas de uma verdadeira contradição: é preciso fazer uma adição quando Roberto perde as bolas de gude. É uma pequena revolução intelectual que não ocorre, em geral, no nível da escola maternal, mas somente dois ou três anos mais tarde.

Queria igualmente citar Karen Fuson que estudou sistematicamente os procedimentos de contagem na criança e sua complexidade relativa:

- a partir de n, m passos adiante.
- a partir de n, até t (t>n), quantos passos?
- a partir de n, m passos para trás.
- a partir de n, até t (t<n), quantos passos?

Estes procedimentos são inegavelmente difíceis, o mais difícil sendo o último, e o mais fácil, o primeiro. Por seu lado, Carpenter e Moser mostraram que os alunos resolvem muitos problemas de adição e de subtração utilizando um procedimento de contagem simulando da melhor forma a situação-problema: busca de um estado final, busca de uma transformação.

O próprio esquema da enumeração é uma organização complexa interessante, uma vez que supõe correspondências biunívocas entre conjuntos diferentes: os objetos, os gestos dos dedos em direção ao objeto, os gestos do olho, a emissão da sequência falada; e que supõe, sobretudo, a cardinalização do conjunto, como vimos acima. Um esquema é uma organização estruturada da conduta, aplicável em diversas circunstâncias e comportando invariantes identificáveis. A solução de problemas de adição e de subtração ocorre igualmente graças a esquemas, apoiando-se sobre invariantes distintos, os quais variam conforme a estrutura do problema.

O conceito de esquema é muito importante para compreender as condutas sensoriais-motoras como o andar, o gesto de se sentar ou o de se levantar. O mesmo esquema se aplica a situações relativamente diferentes, isto é, que comportam meios de adaptação (regras, inferências) de valores diferentes das variáveis de situação.

No esquema de enumeração, os erros das crianças podem afetar diferentes aspectos do esquema, como bem demonstrou Marie-Paule Chichignoud: erro na correspondência entre os gestos e os objetos, erro na enunciação na sequência dos números, impossibilidade de cardinalizar. Estes são fatos perturbadores que bem mostram que o que é trivial e transparente para o adulto exige das crianças esforços consideráveis.

Karen Fuson identifica três status da sequência dos números:

- sequência simplesmente enunciada,
- sequência enunciada para enumerar uma coleção presente,
- sequência enunciada (para diante ou para trás) para resolver um problema de adição ou de subtração (ver os quatro casos acima).

Gostaria de dar dois exemplos do terceiro caso:

**Primeiro exemplo** (difícil):

Josiane tinha 7 balas. Agora, ela tem apenas 2. Quantas balas ela comeu?

Simular a estrutura do problema da melhor forma é partir de 7 e contar até 2, guardando o traço dos passos feitos. É muito difícil!

**Segundo exemplo** (mais fácil):

Há 4 pessoas no salão e 3 no jardim. Quantas pessoas há, ao todo?

Crianças pequenas resolvem este problema contando o total. Ao redor de 5 ou 6 anos, elas descobrem que se pode contar a partir de 4, 3 passos adiante (e evitar, assim, de contar de novo o primeiro conjunto). É uma descoberta importante relativa à adição.

$\mathrm{Card}\ (A \cup B) = \mathrm{Card}\ (A) + \mathrm{Card}\ (B)$

desde que A e B não tenham partes comuns.

Este teorema é também um axioma da teoria da medida. Trata-se, no caso, de um tipo de teorema-em-ato, isto é, de um conhecimento subjacente à ação da criança.

Pode-se observar muitos outros teoremas-em-ato nas competências da criança ao final da escola maternal, por exemplo, a comutatividade da adição:

$3 + 6 = 6 + 3$. Em vez de partir de 3 e de contar 6 passos para frente, é possível partir de 6 e contar 3 passos para frente. É um procedimento mais econômico e mais fácil de controlar mentalmente.

Os conhecimentos refinados acumulados nos últimos dez anos sobre as questões da enumeração, da adição e da subtração conduziram os pesquisadores a revisar, profundamente, seus pontos de vista, a abandonar as classificações, muito grosseiras, em termos de estágios, e a buscar, ao contrário, as múltiplas etapas pelas quais a criança passa para conquistar os conceitos de número, de adição e de subtração. Introduzi o conceito de teorema-em-ato para caracterizar os conhecimentos implícitos que funcionam na cabeça da criança quando ela descobre ou utiliza um novo esquema; e introduzi o conceito de campo conceitual como um quadro para a pesquisa das filiações e das rupturas no decorrer das aprendizagens escolares.

É necessário assinalar e mesmo sublinhar, de passagem, que as crianças são muito diferentes entre si, e que a heterogeneidade de suas competências é um dos problemas mais terríveis da escola. E é dramático quando no nível do colégio.[7]

É necessário também esclarecer que o termo "teorema" poderia veicular a ilusão de que o conhecimento-em-ato da criança é um conhecimento universal, independente do contexto e dos valores das variáveis de situação. Não é nada disso, evidentemente. A maior parte dos teoremas-em-ato das crianças pequenas refere-se somente a valores numéricos simples e a domínios familiares da experiência das crianças. Porém, eles constituem uma base sobre a qual é possível construir algo mais avançado. O que é verdade para números menores que 10 não é necessariamente verdade para números maiores que 15. Mas reconhecer certas propriedades numéricas para os números pequenos serve um pouco de nicho ecológico para saberes e savoir-faire que, somente mais tarde, terão um escopo universal.

A compreensão dos comparativos "mais que" e "menos que" interessa igualmente a escola maternal. Vocês sabem que a criança compreende a expressão "mais que" antes da expressão "menos que". Isso se deve em parte ao fato de que "mais" veicula, não apenas a ideia de superioridade, mas, também, a de quantificação, enquanto que "menos" veicula tão somente a ideia de inferioridade. A confusão, frequentemente observada, entre "mais" e "menos", por exemplo, quando a criança aponta a coleção mais numerosa em resposta à pergunta "Onde tem menos docinhos?" não tem sua confusão recíproca porque a criança que

[7] No sistema de ensino francês, "colégio" já se refere ao chamado ensino secundário e que corresponde ao período de 6º a 9º ano do ensino fundamental brasileiro.

faz este erro não se engana quando lhe é perguntado: “Onde tem mais?”. “Menos” é eventualmente assimilado a “mais”; porém, isto ocorre com “mais” em relação a “menos”.

Evidentemente, a quantificação das relações de comparação exige um passo a mais. Dizer que se tem “3 bolas de gude a menos” do que outra criança quer dizer muito mais do que dizer que se tem “menos”. Poucas crianças chegam a isto ao final da escola maternal; a maior parte somente retém a ideia de relação e se prende à avaliação de um conjunto, numeroso ou não. Assim, elas efetuam uma espécie de redução do tipo lógico das relações ao dos estados. E esta redução pode ser observada até mesmo em alunos de colégio.

Pode-se classificar os problemas referentes às relações de uma forma mais ou menos semelhante à maneira pela qual são classificados os problemas relativos às transformações temporais. De forma análoga, os problemas mais difíceis são os problemas de busca do referente, por exemplo:

Manoela tem 3 bonecas a mais que Beatriz e ela tem 8 bonecas.

Quantas bonecas Beatriz tem?

Este problema somente é bem resolvido no nível do CE2.[8]

Assim, pode-se apreciar o caráter surpreendente das competências do menino pequeno sobre o qual falei no início desta palestra.

Na verdade, esse menino realiza um raciocínio complexo sobre informações complexas.

| | |
|---|---|
| Odila, 1 metro 69 | Isabela |
| Mamãe, 1 metro 60 | 2 cm a mais |
| Isabela, 2 cm a menos que Odila | que mamãe |

Há do que se ficar espantado! Porque, ao contrário, existem problemas que pedem uma só adição, e que não são corretamente resolvidos por 75% dos alunos do sexto ano.[9] Por exemplo: Frederico jogou duas partidas de bola de gude, perdeu 7 bolas de gude, mas ele não se lembra mais do que aconteceu na primeira partida. Contando suas bolinhas de gude ao final do dia, ele viu que ganhou 5 bolas ao todo. O que aconteceu na primeira partida?

Isto quer dizer que o domínio dos problemas de adição e de subtração se estende por um período de tempo muito longo. Além disso, as dificuldades conceituais encontradas pelas crianças na escola elementar e no colégio devem ser colocadas em relação com as competências e concepções primitivas que a criança elaborou desde a escola maternal. A adição exigida no problema “Frederico” é totalmente contra intuitiva em relação à concepção da adição como uma quantidade que é aumentada, sendo esta a concepção da maior parte das crianças desde a escola maternal.

Então, que fazer? Naturalmente, não é o caso de multiplicar os problemas de aritmética na escola maternal. Isso não teria sentido; ao contrário, é necessário que os professores sejam informados a respeito das competências e concepções que as crianças realmente podem adquirir neste nível, e sobre as dificuldades que estas competências e concepções podem acarretar mais tarde.

---

8 Lembrando: o CE2 seria equivalente ao nosso 3º ano do Ensino Fundamental.

9 A classe de “6ème” corresponde ao 5º ano do ensino fundamental brasileiro, atende alunos(as) entre 10 e 11 anos de idade.

Não é porque um conceito seja difícil que não se possa abordar certos aspectos dele em idades relativamente precoces. Hoje de manhã, vi na exposição[10] um exemplo de trabalho sobre comprimentos e volumes em turma de pré-escolares. Acontece que eu mesmo trabalhei com volume em classe de 5ª em diante.[11] O conceito de volume é difícil, também para os adolescentes e, sobretudo, quando é preciso colocar em relação volumes e grandezas espaciais de natureza diferente como comprimentos e áreas. Porém, ao mesmo tempo, existem aspectos do conceito de volume e de atividades associadas que têm sentido a partir do fim da escola maternal; por exemplo, a medida de recipientes com unidades de volume (jarras, copos...). É exatamente com base nesta atividade que, em uma experiência didática interessante, ocorrida em Moscou, Davidov introduziu o conceito de número.

A respeito do problema do espaço vou expor apenas alguns elementos, pois nossos conhecimentos não são ainda suficientemente precisos. A criança pode ter que desenhar um objeto e situá-lo em relação a outros. Sabe-se que esta atividade avança desde antes de 6 anos de idade e que a criança leva muito bem em conta propriedades topológicas de vizinhança e de continuidade em comparação com outras propriedades espaciais. Existe uma experiência bem conhecida de Piaget, a prova das três montanhas, na qual pede-se à criança que descreva uma paisagem que será vista de diferentes posições em relação à sua. As crianças não são ainda capazes de fazê-lo, e tendem a somente produzir descrições conforme seu próprio ponto de vista. Esta tese do egocentrismo da criança pequena contém, naturalmente, uma parte de verdade, mais é somente parcialmente verdadeira.

Porque as coisas são, em detalhe, muito mais complicadas do que parecem à primeira aproximação. De fato, se a criança em primeiro lugar desenvolve naturalmente o referencial de seu próprio corpo em termos de “na frente”, “atrás”, “à direita” e “à esquerda”, a pergunta que, em seguida, lhe deve ser colocada é a de utilizar referenciais externos orientados (por exemplo, um automóvel tem uma frente, uma traseira, um lado direito, um lado esquerdo) e referenciais externos não orientados (por exemplo, uma mesa redonda). Em relação aos objetos externos, a criança projeta, naturalmente, seu próprio referencial para lado esquerdo e lado direito, mas não obrigatoriamente, para “frente” e “atrás” (“na frente da mesa” pode significar “entre a mesa e eu”; “atrás da mesa” significa “além dela”). Aliás, tudo isto não é próprio da criança. As investigações sobre o espaço são difíceis com crianças pequenas. Elas também são relativamente raras. Mas mostram que, nessas operações de transposição espacial, as crianças desenvolvem competências não negligenciáveis e são capazes de certos cálculos espaciais não triviais sobre as relações espaciais (Samurçay[12]).

Esse quadro não estaria completo se eu não evocasse ainda duas ordens de competências da criança pequena, o da lógica de classes e as classificações, e o do planejamento da ação.

Muitos psicólogos consideraram, por muito tempo, que os cálculos a respeito das classes, a tomada de consciência das propriedades comuns e das propriedades diferentes, as

[10] Vergnaud faz referência aos trabalhos apresentados no Congresso em que fez essa palestra, em 1988.

[11] A classe de “5ème” corresponde ao 6º ano do ensino fundamental brasileiro e atende a alunos(as) de 11 a 12 anos de idade.

[12] Vergnaud faz referência à pesquisadora de origem turca Renan Samurçay-Rabardel (1954-2001), que foi sua orientanda e defendeu, em 1983, uma tese sobre a coordenação de pontos de vista no espaço, na criança.

operações de intersecção e de união, a relação de inclusão, referiam-se somente a crianças mais velhas, a partir de 7 ou 8 anos de idade. Trabalha-se, aliás, muito menos essas questões do que se fazia há dez anos. Entretanto, quando, na escola maternal, aborda-se, sob formas adaptadas, as questões colocadas pela classificação de objetos em função de suas propriedades, percebe-se que as crianças dispõem, desde a idade de 4 anos ou 4 anos e meio, de competências muito impressionantes. Um dia coloquei sobre a mesa 125 objetos todos diferentes uns dos outros: 5 formas X 5 cores X 5 desenhos; perguntei então a cada criança (entrevista individual):

"Será que você pode me dar um objeto:
- que não tenha a mesma forma deste?
- que não tenha a mesma forma destes dois aqui?
- que não tenha a mesma forma e a mesma cor destes dois aqui?
- (ou ainda) que não tenha a mesma forma, a mesma cor e o mesmo desenho destes três aqui?"

Os resultados foram surpreendentes. Todas as crianças foram capazes de acertar casos simples (um descritor, três objetos; ou três descritores, um objeto), e 25% das crianças de 4 anos e meio foram bem sucedidas no caso mais difícil (três descritores, três objetos, ou seja, nove argumentos).

Dimensionalidade (cores, formas, desenhos) e negação de uma relação de equivalência (não tem a mesma forma que...) são, portanto, competências adquiridas pelas crianças de 4 anos e meio para conteúdos familiares.

Encontrei, também, infelizmente, crianças de 8 anos de idade que eram menos capazes do que as crianças de 4 anos e meio: sua capacidade de manter argumentos na memória próxima, era, assim, inferior a 9, sendo mais da ordem de 5 ou 6 argumentos.

Pensemos um pouco sobre o conceito de cor. É um conceito diferente de azul. Azul é uma propriedade comum a objetos diferentes, ao menos por aproximação; é um conceito relativamente empírico. Mas a cor não é uma propriedade comum aos objetos, é um descritor (ou a dimensão) sobre a qual poder-se-á situar o azul, o vermelho, o amarelo, o alaranjado, etc., como valores diferentes da mesma variável.

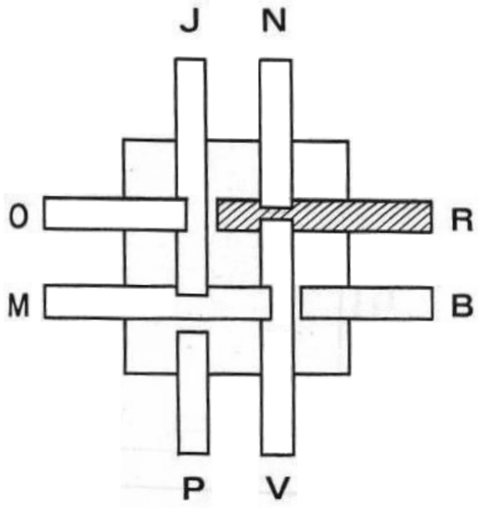
O conceito de cor é uma construção que responde ao problema de ligar entre si diferentes propriedades. Pensem no mesmo problema transposto a certas propriedades físicas, imaginem descritores como pressão: o conceito de pressão é muito difícil para alunos de liceu.[13] Entretanto, as premissas da constituição de vários valores (cores, formas) em um único descritor estão presentes desde a escola maternal.

Outros aspectos da lógica das classificações, como o emprego de dois critérios ao mesmo tempo, são levados em conta pelas crianças desde a escola maternal. Isto não significa que a lógica das classes seja compreendida em todos os seus aspectos, muito pelo contrário. Sabe-se que teoremas (em ato) importantes, referentes à inclusão ou à intersecção, não são ainda adquiridos ao final da escola elementar. Alguns desses conhecimentos, aliás, não têm qualquer chance de serem compreendidos sem um ensino apropriado; assim como a matemática, a lógica também não é um conhecimento totalmente espontâneo.

Abordemos, agora, o último ponto da organização racional da ação. Mostrei já há vinte anos que, desde os 4 anos e meio - 5 anos, as crianças eram capazes de desenvolver

[13] No sistema de ensino francês, "liceu" corresponde ao ensino médio do sistema brasileiro.

algoritmos espontâneos em situações onde era necessário desbloquear uma barra na qual estavam encaixadas duas barras, nas quais estavam, por sua vez, encaixadas outras barras, e assim por diante. (Observação.: decidimos, nesta tradução, adicionar ao texto uma imagem do artefato utilizado por Vergnaud nas experiências que ele resume a seguir, e cuja visualização facilita a compreensão do parágrafo seguinte.[14])




O primeiro algoritmo ao qual as crianças recorrem é o de tirar as barras umas após as outras, contornando o dispositivo. Mas este algoritmo somente se completa ao fim de um tempo relativamente longo e as crianças o abandonam antes. Um segundo algoritmo consiste em voltar da barra bloqueada (R) à barra que bloqueia de modo antissimétrico, e em retornar, passo a passo, até a barra que pode ser liberada (N e O)... depois, recomeçando. Este algoritmo não é econômico, mas permite resolver o problema. O terceiro algoritmo consiste em utilizar a transitividade da relação de bloqueio e a remontar imediatamente, por transitividade, até a última barra. Nenhuma criança da escola maternal emprega este último algoritmo; porém, muitas delas descobrem espontaneamente o segundo, eventualmente, depois de terem fracassado com o primeiro, ou depois de terem experimentado tentativas de outro tipo, não empregando a antissimetria por exemplo, consistindo em puxar alternadamente, sem sucesso, a barra bloqueada e a barra que bloqueia (está bloqueada também por outra barra).

Desde a secção média[15] observam-se crianças que produzem sequências de ação inteiramente conformes ao algoritmo número dois.

Um algoritmo é uma regra (ou um conjunto de regras) que permite resolver, em um número finito de passos, toda uma classe de problemas, cujas características estão dadas de antemão. As matemáticas consistem, em grande parte, em elaborar algoritmos. Pode-se dizer que as crianças são capazes de inventar, elas mesmas, certos algoritmos, especialmente no domínio do espaço. Ora, o conceito de algoritmo é essencial na racionalidade da ação.

---

[14] A imagem vem de um artigo publicado no volume sobre Psicologia de uma importante coleção francesa: VERGNAUD, G. (1987). "Les fonctions de l'action et de la symbolisation dans la formation des connaissances chez l'enfant". In Piaget J., Mounoud P., Bronckart J.P., *Psychologie, Encyclopédie de la Pléïade*, Paris, Gallimard, pp. 821-844.

[15] No sistema de ensino francês, "secção média" (ou curso médio: CM1 e CM2) corresponde ao 4º e ao 5º ano do ensino fundamental brasileiro, com alunos de 8 a 10 anos de idade, aproximadamente.

O vocabulário piagetiano não contribui para veicular a ideia de uma racionalidade das crianças da escola maternal. Na verdade, antes de atingir o estágio "das operações concretas", as crianças são chamadas de "pré-operatórias". Mas o que significa ser pré-operatório é nada mais nada menos que não ser verdadeiramente operatório. Hoje vemos as coisas de forma um pouco diferente. A cada nível a criança dispõe de competências e de concepções que a tornam operatória para certas situações e pouco operatórias para outras.

A vida simbólica e a fantasia são, por certo, características interessantes da criança antes dos 6 anos de idade; mas a seriedade e a racionalidade de algumas destas empreitadas são, às vezes, surpreendentes. Na escola maternal a criança é um poeta, mas é também um sábio.

Meu último exemplo será o do estudo da Sra. Pillot (que é colega de vocês de Lyon) realizado para o seu D.E.A.,[16] trabalho que consiste em apresentar às crianças labirintos visuais mais ou menos complicados conforme a proporção das portas fechadas e das portas abertas. A esse respeito, ela empregou duas condições. Em uma, as crianças fazem andar sua peça móvel passo a passo. Em outra, elas precisam antecipar uma sequência de passos a mais longa possível antes de dar a ordem de execução. Antecipar é muito importante na organização racional da ação. A Sra. Pillot observou fatos muito interessantes:

- o investimento das crianças nesse jogo: algumas crianças tentam mais de 100 labirintos diferentes;
- a prudência de algumas crianças que hesitam em pedir um labirinto de nível n+1 antes de terem sido bem sucedidas em um grande número de labirintos de nível n;
- por outro lado, a extrema temeridade de algumas crianças que percorrem rapidamente o conjunto de níveis, buscando desafiar-se ao mesmo tempo em que são pouco conscientes de seus limites.

O desafio é uma questão importante da escola maternal, assim como da escola, em geral. Certamente é preciso que as crianças sejam bem sucedidas e é necessário, então, propor-lhes atividades à sua altura. Entretanto, é preciso também que as crianças se defrontem com dificuldades, reconheçam os desafios das situações difíceis de serem compreendidas e dominadas. Sem desafios, as transformações das crianças não ocorrerão. Sem dúvida, é preciso ajudar algumas crianças a defrontar-se com esses desafios, dos quais elas espontaneamente fugiriam.

A escola maternal, tal como a escola em geral, deve gerir esta dialética entre o sucesso e o desafio. É necessário que a criança seja bem sucedida e tenha, assim, consciência de seu poder sobre as coisas e sobre os outros. Porém, é preciso também que a criança se defronte com a dificuldade, porque a necessidade de conhecimentos novos não nasce do sucesso, mas da dificuldade em dominar as coisas.

Minha conclusão será breve. As aprendizagens se desenrolam em um longo período de tempo. Não se aprende a ler e a contar somente durante o curso preparatório, mas, também, na escola maternal e muito tempo depois do curso preparatório.

As representações da criança são feitas de savoir-faire e de saberes que, durante os primeiros seis anos de vida, compõem um conjunto impressionante. Não é apenas a

[16] Sigla de "Diploma de Estudos Aprofundados", grau universitário no sistema francês que, até 2005, seguia-se a um mestrado e antecedia a um doutorado.

linguagem que está então envolvida, ou as habilidades motoras, ou as atividades artísticas. O conhecimento objetivo do mundo é, ele também, um aspecto essencial das aprendizagens da criança pequena; suas atividades matemáticas ali estão para prová-lo.

**REFERÊNCIAS**

CARPENTER, T. P.; MOSER, J. M. The acquisition of addition and subtraction concepts. In R. LESCH & M. LANDAU (Eds.). Acquisition of mathematics concepts and processes. New York: Academic Press, 1983.
CHICHIGNOUD, M. P. Le concept de nombre. Étude des structures additives et soustractives en relation avec la suite numérique chez des enfants d'âge pré-scolaire. Tese de Doutorado em Psicologia. Paris : EHESS, 1985.
DAVYDOV, V. V. The psychological characteristics of the foundation of elementary mathematical operations in children. In T. P. CARPENTER; J. M. MOSER & T. A. ROMBERG (Eds.), Addition and subtraction: a cognitive perspective. HIllsdale-NJ: Lawrence Erlbaum, 1982.
FISCHER, J. P. La dénomination des nombres par l'enfant. Strasboug : IREM, 1984.
FUSON, K. C. & HALL, J. W. The acquisition of early number word meanings: a conceptual analysis and review. In H. P. GINSBURG (Ed.), The development of mathematical thinking, pp. 49-107.New York: Academic Press, 1983.
GELMAN, R. & GALLISTEL, C, R. The child's understanding of number. Cambridge-MA : Harvard University Press, 1978.
PILLOT, J. Anticipation et informatique à l'école maternelle. Mémoire de DEA. Paris : Université de Paris V, 1986.
VERGNAUD, G. L'enfant, la mathématique et la réalité. Berne: Peter Lang, 1981.
VERGNAUD, G. Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques : un exemple, les structures additives. Grand N, 21-40, 1986.